Årgång 6, 1922

Första häftet

Matematiska uppgifter

121. En person lyfte i en engelsk bank pengar på en check. Emellertid råkade kassören av misstag kasta om £ och sh. På hemvägen gjorde han ett inköp för 2 sh. 6d., och fann sedan vid hemkomsten, att han hade kvar jämnt dubbelt så mycket som checkens hela belopp. Hur stort var detta? (1 £=20 sh.=240 d.) *(G. Lindborg.)*

122. Inom vilket område får h ligga för att bråket

$$y = \frac{x^2 - hx + 12}{x^2 + x + 1}$$

för alla reella x-värden skall ligga mellan $+3$ och -3?

123. Sök orten för normalens från medelpunkten fotpunkt på en rörlig ellipskorda, som synes under rät vinkel från medelpunkten.

124. Uttryck vinkeln vid spetsen i en likbent triangel såsom funktion av de inskrivna och omskrivna cirklarnas radier.

125. A, B, C, D äro i ordning 4 punkter på en rät linje. När finnes en punkt från vilken AB, BC och CD synas under lika vinklar?

126. Om cirklar uppritas på en fyrhörnings sidor som diametrar, och likaledes på den linje som förenar diagonalernas mittpunkter, så är summan av en godtycklig punkts potenser med avseende å de förstnämnda cirklarna lika med 4 gånger samma punkts potens med avseende å den sistnämnda.

Andra häftet

Matematiska uppgifter

127. Om en triangel är inskriven i en cirkel, och från en punkt på periferin normaler fällas mot sidorna, så ligga dessa fotpunkter i rät linje. *(X.)*

128. Lös ekvationerna

$$\tan mx = \frac{\sin(m+n)x}{\cos(m-n)x}$$

och

$$\tan mx = \frac{\cos(m+n)x}{\sin(m-n)x}$$

(Mebius.)

129. Som bekant har den spetsiga vinkeln mellan två supplementarkordor i en given ellips ett visst minimivärde α. Är det möjligt att från ändpunkterna av en godtycklig diameter i ellipsen draga två kordor, som bilda vilken vinkel som helst mellan $\pi/2$ och α? *(M–r.)*

130. I en cirkel delar tangentkordan till en punkt P samt punkten P harmoniskt varje korda som går genom punkten P. *(X.)*

131. Bevisa att $\lim_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{1^2+2^2+\cdots+n^2} = 0$, utan att summera serien. *(O. G–r.)*

132. Om jorden antages sfärisk med radien 1, och två meridianer dragas, som på två parallellcirklar, vilkas latituder skilja sig på 60°, avskära bågarna $a = \dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ och $b = \dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$, så frågas efter dessa latituder och longitudskillnaden mellan meridianerna.

Tredje häftet

Matematiska uppgifter

133. Visa att $(x+1)^{2n+1} + x^{2n}$ alltid är divisibelt med x^2+x+1 då n är ett helt tal.

134. Bevisa att

$$\tan 3v = \tan v \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3}+v\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3}-v\right).$$

(M–r.)

135. Att upprita en triangel, då man känner två sidor och mellanliggande vinkels bissektris. *(Iter.)*

136. Uttryck höjden h_a i en triangel såsom en funktion av r och r_a. *(Iter.)*

137. Enckes komet har en omloppstid av 1218 dygn. Ellipsens storaxel är 4,2 och dess lillaxel 2,4 jordbaneradier. Hur lång tid behöver kometen för att gå från sitt aphelium till den punkt, där för första gången dess avstånd från storaxeln är 0,6 jordbaneradier? *(M–r.)*

138. Tväsnittet av ett rakt, obegränsat prisma är en liksidig triangel med sidan a. Man kan skära detta prisma med plan, vilkas sidor förhålla sig som 3 : 4 : 5. Huru stora äro sidorna i dessa trianglar? *(X.)*

Fjärde häftet

Matematiska uppgifter

139. Man betraktar alla trianglar på samma bas. Visa, att rektangeln av de inskrivna och omskrivna cirklarnas radier närmar sig ett bestämt gränsvärde, då triangelns fria vinkelspets närmar sig en bestämd punkt på basen. *(Iter.)*

140. Bevisa, att a^5 alltid måste sluta på samma siffra som a. *(G. L–g.)*

141. Två räta linjer i olika plan bilda en given vinkel $= \alpha$. Deras kortaste avstånd AB är $= h$. Bestäm på dem två punkter M och N så, att MN har en given längd l, och tetraedern $ABMN$ en given volym $= a^3$.

142. Konstruera brännpunkterna till en ellips eller hyperbel, då man känner de linjer, utefter vilka axlarna falla, samt två tangenter. *(X.)*

143. En antiballongkanons största skottvidd i horisontell led är a km, och den kan inställas i vilken vinkel som helst. Hur högt behöver en flygare gå för att, utan att kunna träffas av densamma, kunna nedsläppa en bomb på b km avstånd från densamma? Luftmotståndet försummas. *(M–r.)*

144. I en konvex n-hörning (n ett udda tal) är sidan a_1 delad i p_1 delar; a_2 i p_2;…; a_n i p_n delar och delningspunkterna sammanbundna med motstående vinkelspets (d.v.s den som har lika många hörnpunkter mellan sig och sidans båda ändpunkter). I hur många delar blir därigenom figuren delad, förutsatt att aldrig tre av dessa linjer skära varandra i samma punkt?
Hur förenklas formeln om $p_1 = p_2 = \cdots = p_n$? *(M–r.)*